

На правах рукописи

Пиваев Павел Дмитриевич

**РЕАКЦИЯ ОКЕАНА НА ПРОХОЖДЕНИЕ
ТРОПИЧЕСКИХ ЦИКЛОНОВ ПО ДАННЫМ
СПУТНИКОВЫХ НАБЛЮДЕНИЙ И
МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Специальность 1.6.17. Океанология

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Севастополь — 2025

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Федеральном исследовательском центре «Морской гидрофизический институт РАН».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
Кудрявцев Владимир Николаевич

Официальные оппоненты:

Бадулин Сергей Ильич, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт океанологии им. П.П. Ширшова Российской академии наук, руководитель лаборатории нелинейных волновых процессов, главный научный сотрудник

Троицкая Юлия Игоревна, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук», заведующая отделом нелинейных геофизических процессов, заведующая лабораторией нелинейных волновых процессов в геофизической гидродинамике

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт космических исследований Российской академии наук

Защита состоится 11 февраля 2026 г. в 11 часов 00 минут на заседании диссертационного совета 24.1.229.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Федеральном исследовательском центре «Морской гидрофизический институт РАН» по адресу: 299011, г. Севастополь, ул. Капитанская, 2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федерального исследовательского центра «Морской гидрофизический институт РАН» https://mhi-ras.ru/news/thesis_defense_202511070910.html

Автореферат разослан 5 декабря 2025 года.

Ученый секретарь диссертационного совета 24.1.229.02
кандидат физико-математических наук

Алексеев Дмитрий Владимирович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности. Тропические циклоны (далее ТЦ; они же тайфуны и ураганы), распространяющиеся над океанами, представляют собой мезомасштабное атмосферное явление экстремальной интенсивности. Прогнозирование эволюции циклонов является востребованной задачей для своевременного предупреждения опасных природных явлений в прибрежной зоне (большие волны, шквалы, штормовые нагоны), а также обеспечения безопасности судоходства и работ в море.

В процессе зарождения и развития циклона над поверхностью океана в системе ТЦ-океан существует как положительная, так и отрицательная обратная связь. Скорость испарения и связанный с ним поток энthalпии растут по мере усиления ТЦ, способствуя дальнейшему развитию урагана (Bister and Emanuel, 1998). Однако, по мере усиления ТЦ, потоки импульса от ветра к волнам и поверхностным течениям нарастают, что вызывают усиление турбулентного перемешивания в океане, под действием которого поверхность океана значительно охлаждается. Возникающее понижение температуры поверхности океана (ТПО), приводит к уменьшению потока энthalпии из океана в атмосферу, которое может замедлить или даже подавить развитие урагана (Emanuel, 1998, 2018). Аналитическое и эмпирическое выражения для потенциальной интенсивности ТЦ (Emanuel, 1999; Demaria and Kaplan, 1994), отражающие влияние этой отрицательно обратной связи, нередко используются в исследованиях взаимодействия океана и циклона (Lin et al., 2013; Balaguru et al., 2015; Gao et al., 2016; Miyamoto et al., 2017; Kim et al., 2018).

Важность влияния охлаждения океана на траекторию и скорость ветра в ТЦ была многократно продемонстрирована совместным (coupled) численным моделированием океана и атмосферы. Например, из (Хаин и Сутырин, 1983; Ginis, 2002) следует, что при учёте охлаждения поверхности океана, вызванного влиянием ТЦ, ураган развивается медленнее, а скорости ветра в нём оказываются слабее, чем в моделях, не учитывающих этот эффект. Взаимодействие океанов с ТЦ может также иметь крупномасштабные последствия, которые выражаются, например, в особенностях пространственного распределения и числе ТЦ (Jullien et al., 2014; Li and Srivier, 2019), интенсивности океанских круговоротов и меридионального переноса тепла в океане (Korty et al., 2008; Li and Srivier, 2018).

Реакция океана на прохождение ТЦ состоит из широкого спектра явлений, имеющих разные пространственные и временные масштабы. На самых мелких масштабах в океане создаётся и развивается интенсивная турбулентность, сосредоточенная в верхнем перемешанном слое. Турбулентность генерируется в результате обрушения ветровых волн и неустойчивости интенсивных сдвиговых дрейфовых течений, создаваемых

ТЦ (см., например, D'Asaro, 2003; Kudryavtsev et al., 2008). Также ТЦ создают высокие ветровые волны в Мировом океане (Bowyer and MacAfee, 2005), которые впоследствии излучаются из области шторма и слабо затухают в форме зыби (Badulin and Zakharov, 2017). Под воздействием мезомасштабных возмущений полей атмосферного давления и ветровых напряжений характерных для ТЦ в океане происходит геострофическое приспособление полей скорости и давления (см., например, Гилл, 1986). Приспособление сопровождается излучением инерционно-гравитационных поверхностных и внутренних волн (Price, 1983; Orlanski and Polynsky, 1983; Shay et al., 1989; Dotsenko and Savoskin, 1992). Завихренность ветровых напряжений, связанная с ТЦ, генерирует в верхнем слое океана сильно дивергентные течения, которые создают интенсивный апвеллинг через механизм экмановской накачки (Geisler, 1970; Suzuki, 2011). После прохождения ТЦ происходит релаксация возмущений полей океана посредством излучения планетарных волн (Longuet-Higgins, 1965). Хорошие обзоры процессов и явлений, возникающих в океане под воздействием ТЦ, можно найти в работах (Хаин и Сутырин, 1983; Григоркина и Фукс, 1986; Ginis, 1995).

Одним из инструментов исследования особенностей реакции океана на ТЦ является анализ данных наблюдений. Данные контактных измерений, к которым главным образом относятся измерения буёв Argo, дрейфтеров и буйковых станций, дают подробную информацию о локальной реакции океана на прохождение индивидуальных ТЦ (Sanford et al., 2007; D'Asaro et al., 2007; Black and Dickey, 2008; Huang et al., 2009; Zhang et al., 2016; Potter et al., 2017; Chaudhuri et al., 2019). Однако, из-за малой плотности наблюдательной сети натурные наблюдения, как правило, осложняют (но не исключают (Lin et al., 2017; Sanabia and Jayne, 2020; Wang et al., 2022)) исследование интенсивности и пространственных характеристик полей океана, эволюционирующих под влиянием ТЦ. Данные дистанционных измерений, имеющие гораздо больший пространственный охват, позволяют более полно исследовать вызванные ТЦ изменения состояния океана, которые проявляются на его поверхности. К таким данным, в первую очередь, относятся спутниковые измерения ТПО микроволновыми и инфракрасными радиометрами, измерения высоты поверхности океана (ВПО) спутниковыми альтиметрами, а также измерения доплеровских характеристик морской поверхности. Несмотря на немалое количество работ по анализу аномалий ТПО, которые основаны на обработке большого количества данных о температуре поверхности в следах разных ТЦ (Lin et al., 2009; Lloyd and Vecchi, 2011; Dare and McBride, 2011; Mei et al., 2012; Vincent et al., 2012a; Knaff et al., 2013; Mei and Pasquero, 2013; Naakman et al., 2019; Reul et al., 2021; Sun et al., 2021; Liu et al., 2023), в них как правило анализируются простые зависимости аномалии ТПО от параметров

ТЦ и стратификации океана, которые дают слишком упрощённое представление о физических механизмах, определяющих охлаждение поверхности океана. По этим причинам, более подробный анализ данных об охлаждении поверхности океана остаётся актуальным.

Помимо анализа данных наблюдений, ключевым инструментом для понимания особенностей и механизмов формирования реакции океана на прохождение ТЦ является численное моделирование. В то время как полные численные модели океана могут обеспечить детальное диагностическое и прогностическое моделирование эволюции океана под воздействием ТЦ (Bender et al., 1993; Price et al., 1994; Li and Chen, 2022 и др.), их вычислительная стоимость и сложность, связанная с нелинейностью и взаимодействием моделируемых геофизических полей, часто являются препятствием для их применения в исследовательских задачах, среди которых можно выделить быструю диагностику состояния океана, проверку гипотез, генерацию и анализ ансамблей модельных расчётов. При решении таких задач полезнее и эффективнее оказываются различные упрощённые модели океана, описывающие основные физические закономерности динамической и термодинамической реакции океана на ТЦ, оставаясь при этом вычислительно эффективными и легко интерпретируемыми (Pollard et al., 1973; Price, 1981; Price et al., 1986; Liu et al., 2019). Такие модели дают возможность проводить быстрый анализ чувствительности разных процессов или полей к изменениям внешних условий, что делает их особенно полезными для изучения того, как изменяющиеся характеристики ТЦ (например, скорость перемещения, интенсивность, размер) и состояние океана (например, стратификация) влияют на наблюдаемую реакцию океана.

К числу таких моделей относится предложенная в (Kudryavtse et al., 2019b) упрощённая модель реакции океана, которая предсказывает эволюцию баротропной и бароклинных мод, а также верхнего перемешанного слоя (ПС) под воздействием движущегося ТЦ. Для моделирования ПС в (Kudryavtse et al., 2019b) используется интегральная модель (slab-модель), а нормальные моды описываются аналитическими выражениями. Особенностью этой модели является независимость динамики нормальных мод от динамики ПС, что достигается благодаря предположению о малости толщины ПС по сравнению с масштабом вертикальных мод, который для первых бароклинных мод как правило превышает сотни метров в открытом океане. Отделение динамики нормальных мод от динамики ПС значительно облегчает расчёт динамической реакции океана, имеющей вид суперпозиции дрейфовых, бароклинных и баротропных течений. Помимо течений модель предсказывает эволюцию толщины и температуры верхнего ПС, а также аномалии ВПО, связанные с баротропной и бароклинными модами. Благодаря своей относительной простоте эта модель является

удобным инструментом для исследования реакции океана на ТЦ, поэтому в этой работе мы воспользуемся ей для интерпретации спутниковых наблюдений состояния океана, в которых проявляется влияние ТЦ.

Различного рода параметризации, основанные на данных наблюдений, также можно использовать в качестве инструмента для изучения и анализа реакции океана на ТЦ. К таким параметризациям в первую очередь относятся выражения для толщины ПС или аномалии ТПО, которые могут быть полезны в исследованиях чувствительности ТЦ к охлаждению поверхности океана, вызванному действием урагана. Различия в существующих параметризациях охлаждения поверхности (Kudryavtsev et al., 2019a; Oey, 2023; Vincent et al., 2012b; Wei et al., 2018; Liu et al., 2019) или толщины ПС, знание которой позволяет рассчитать аномалию температуры (Price, 2009; Mei and Pasquero, 2013; Balaguru et al., 2015; Miyamoto et al., 2017), в основном связаны с физическими предположениями, которые закладываются в определение толщины ПС и фоновой стратификации. Выражения, предлагаемые авторами упомянутых работ, имеют ограничения, связанные с их применимостью, во-первых, только к достаточно быстрым ТЦ и, во-вторых, к ситуациям, когда влияние апвеллинга пренебрежимо мало. Кроме того, малость выборки, по которой проводилась оценка эмпирических констант или вовсе отсутствие такой оценки, делают построение физически обоснованной параметризации охлаждения поверхности океана, вызванного прохождением ТЦ, исключительно актуальной задачей.

Цель работы: установить основные закономерности формирования реакции океана на движущиеся тропические циклоны в широком диапазоне гидрометеорологических и географических условий на основе анализа данных спутниковых наблюдений и результатов моделирования.

Для достижения цели были поставлены и решены следующие **задачи**:

1) Сформировать базу данных, включающую информацию о параметрах ТЦ (их размер, интенсивность и положение), существовавших в разных районах Мирового океана в период с 2010 по 2020 гг., спутниковых измерениях ТПО и стратификации океана вдоль траекторий ТЦ.

2) Верифицировать и настроить модель бароклинной реакции океана на основе сравнения результатов моделирования со спутниковыми альтиметрическими измерениями аномалий ВПО в следах ТЦ.

3) Провести моделирование поверхностных течений для интерпретации доплеровской скорости поверхности океана под ТЦ, измеряемой спутниковыми радарами с синтезированной апертурой (РСА).

4) Выполнить оценку аномалий ТПО, создаваемых ТЦ, по спутниковым данным о температуре поверхности и провести восстановление толщины ПС в следах циклонов.

5) Получить количественные оценки зависимости толщины ПС от параметров ТЦ, параметра Кориолиса и стратификации океана, построить

модель формирования толщины ПС под воздействием циклона и провести проверку модели путём сравнения рассчитанных с её помощью аномалий ТПО с наблюдениями и предсказаниями моделей и параметризаций, взятых из других работ.

6) Проанализировать механизмы формирования аномалий ТПО, создаваемых различными ТЦ с меняющимися во времени параметрами и перемещающимися над океаном с горизонтально неоднородной стратификацией, с помощью трёхмерной модели динамической и термической реакции океана, объединяющей настроенную модель бароклинного отклика океана и построенную модель толщины верхнего ПС.

Объект исследования — районы Мирового океана, в которых распространяются тропические циклоны.

Предмет исследования — поля уровня, доплеровской скорости и термохалинные поля океана в следах ТЦ.

Научная новизна:

1) Впервые установлено, что аномалии ВПО в следах ТЦ, регистрируемые спутниковыми альтиметрами, описываются моделью бароклинной реакции океана при учете как минимум первых двух бароклинных мод и при задании коэффициента сопротивления морской поверхности в диапазоне от $2,0 \cdot 10^{-3}$ до $2,5 \cdot 10^{-3}$ при скоростях ветра, характерных для тропических циклонов.

2) Впервые получены оценки вклада поверхностных дрейфовых и бароклинных течений в измеряемую спутниковыми РСА доплеровскую скорость поверхности океана, согласно которым вклад течений сопоставим с вкладом ветровых волн в окрестности глаза циклона и является определяющим в следе циклона.

3) Впервые получены оценки толщины ПС, сформированного под воздействием ТЦ, рассчитанные по аномалиям ТПО, измеряемым спутниковыми радиометрами в следах циклонов, существовавших в Мировом океане с 2010 по 2020 гг., а также экспериментальные количественные оценки зависимости толщины от параметров циклонов, параметра Кориолиса и стратификации океана.

4) Предложена новая модель толщины ПС, основанная на концепции устойчивости его нижней границы (в терминах критического числа Ричардсона) и автомодельности дрейфовых течений, учитывающая радиационное трение, связанное с излучением коротких внутренних волн из ПС вглубь океана.

5) Детализированы механизмы формирования термической реакции океана с горизонтально-неоднородной стратификацией на прохождение ТЦ с изменяющимися во времени параметрами на основе трёхмерной модели динамической и термической реакции океана, объединяющей настроенную модель бароклинного отклика океана и построенную модель ПС.

Практическая значимость. Результаты настройки модели баротропной и бароклинной реакции океана и построения модели толщины ПС являются основой для создания обобщенной трёхмерной модели динамической и термической реакции океана на прохождение ТЦ, которая может послужить эффективным и простым в использовании инструментом для решения различных практических и научных задач, таких как анализ данных наблюдений, оценка влияния ТЦ на эволюцию системы океан-атмосфера на глобальных и климатических масштабах. Модель позволяет рассчитать поле аномалии ТПО в области, занятой циклоном, которое может использоваться в модели самого ТЦ для корректного прогнозирования его интенсивности и траектории движения, что необходимо для своевременного предупреждения опасных природных явлений в прибрежной зоне (большие волны, шквалы, штормовые нагоны), а также обеспечения безопасности судоходства и работ в море.

Методы исследования. В диссертационной работе использовались различные аналитические и численные методы, а также статистические методы обработки данных. Для моделирования ВПО применялась модель бароклинной и баротропной реакции океана на прохождение ТЦ (Kudryavtsev et al., 2019b). Для расчёта потока массы в ПС и построения полей ветра в ТЦ по модели (Chavas et al., 2015) использовались численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Расчёт аномалий ТПО по спутниковым данным и толщины ПС проводилась с использованием численных методов. Уравнение вертикальной адвекции, описывающее возмущение полей температуры и плотности бароклинными движениями, решалось методом характеристик. Для построения модели толщины ПС использовались методы теории подобия. Анализ данных о толщине ПС и закономерностей её изменения в зависимости от параметров ТЦ и стратификации океана выполнялся с помощью методов математической статистики. Для нахождения оценок эмпирических констант, фигурирующих в модели толщины ПС и в обобщенной трёхмерной модели реакции океана, использовались методы математической статистики.

Положения, выносимые на защиту:

1) Метод комбинированного статистического и физического анализа спутниковых измерений аномалий температуры и высоты поверхности океана в следах ТЦ, параметров ТЦ (скорость ветра и перемещения, радиус), восстановленных полей ветра в ТЦ, и стратификации океана, относящихся ко всем ТЦ наблюдаемых в Мировом океане.

2) Подтверждение применимости модели бароклинной реакции океана на прохождение ТЦ для описания спутниковых измерений аномалий ВПО в следах ураганов при условии использования, как минимум, первых двух бароклинных мод и коэффициента сопротивления морской поверхности, имеющего значение в диапазоне от $2,0 \cdot 10^{-3}$ до $2,5 \cdot 10^{-3}$ при ураганных ветрах.

3) Образы ТЦ в виде диполя в полях доплеровской скорости поверхности океана, измеряемой спутниковыми РСА, которые формируются совместным вкладом обрушений ветровых волн, орбитальных движений поверхностных волн спектрального пика и поверхностных течений.

4) Экспериментальные оценки зависимости толщины ПС, сформированных прохождением ТЦ, существовавших в Мировом океане с 2010 по 2020 гг., от параметров циклонов, параметра Кориолиса и стратификации океана.

5) Модель толщины ПС, основанная на концепции пороговой устойчивости его нижней границы (в терминах критического числа Ричардсона) и автомодельности дрейфовых течений, учитывающая принципиально важный механизм — радиационное трение, связанное с излучением коротких внутренних волн из ПС вглубь океана.

6) Результаты физической интерпретации и анализа механизмов формирования наблюдаемой термической реакции океана в условиях быстрого изменения параметров ТЦ и пространственных изменений стратификации.

Степень достоверности и апробация результатов. В диссертации установлено, что измеряемые спутниковыми альтиметрами аномалии ВПО в следах ТЦ хорошо воспроизводятся моделью бароклинной и баротропной реакции океана при учете первых двух бароклинных мод и использовании коэффициента сопротивления морской поверхности, имеющего значение между $2,0 \cdot 10^{-3}$ и $2,5 \cdot 10^{-3}$ в диапазоне скоростей ветра от 32 до 90 м · с⁻¹.

Оценки доплеровской скорости морской поверхности, для получения которых выполнялось моделирование бароклинных и дрейфовых течений, создаваемых ТЦ, достаточно хорошо согласуются с измерениями спутниковых РСА и превосходят по качеству аналогичные оценки, полученные с помощью статистической модели доплеровской скорости, предложенной в (Mouche et al., 2012).

Точность воспроизведения измеряемых спутниковыми радиометрами аномалий ТПО с помощью построенной в диссертации модели толщины ПС по коэффициенту корреляции и индексу рассеяния сопоставима, а по нормированному смещению и стандартному отклонению превосходит качество моделирования аномалий температуры, полученных с помощью моделей и параметризаций, взятых из работ (Price, 2009; Vincent et al., 2012b; Mei and Pasquero, 2013; Balaguru et al., 2015; Oey, 2023).

Ошибки моделирования интенсивности вызванного циклонами охлаждения поверхности океана с помощью построенной модели толщины ПС сопоставимы с ошибками измерения температуры спутниковыми радиометрами в условиях прохождения ТЦ. Статистическая значимость оценок экспериментальных зависимостей, а также статистических метрик качества гарантируется большой выборкой рассматриваемых циклонов.

Показателем достоверности и новизны научных результатов работы является их публикация в рецензируемых зарубежных и российских журналах. Основные результаты диссертации представлялись на различных российских и международных конференциях.

Связь с научными программами, планами, темами. Работа выполнена в соответствии с планами научных исследований Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федерального исследовательского центра «Морской гидрофизический институт РАН», а также с планами научных исследований Российского государственного гидрометеорологического университета в рамках следующих научно-исследовательских проектов: тема государственного задания FNNN-2021-0004 «Фундаментальные исследования океанологических процессов, определяющих состояние и эволюцию морской среды под влиянием естественных и антропогенных факторов, на основе методов наблюдения и моделирования», ФГБУН ФИЦ МГИ; тема государственного задания FNNN-2024-0001 «Фундаментальные исследования процессов, определяющих потоки вещества и энергии в морской среде и на ее границах, состояние и эволюцию физической и биогеохимической структуры морских систем в современных условиях», ФГБУН ФИЦ МГИ; тема государственного задания FSZU-2020-0005 «Мониторинг и прогноз состояния системы «лед-океан-атмосфера» в Арктике», РГГМУ; тема государственного задания FSZU-2025-0005 «Мониторинг и прогноз состояния системы «лед-океан-атмосфера» в Арктике», РГГМУ; проект РНФ 21-47-00038 «Комплексные спутниковые наблюдения и моделирование взаимодействия океана с тайфунами», РГГМУ.

Личный вклад автора. Выбор тематики диссертационной работы проводился совместно с научным руководителем д. ф.-м. н. В.Н. Кудрявцевым. Соискателем совместно с научным руководителем обоснована актуальность исследования, поставлена цель работы и сформулированы основные задачи для ее достижения. Диссертантом были выбраны ТЦ, существовавшие над Мировым океаном с 2010 по 2020 гг., и сформирована база данных их параметров, а также спутниковых измерений ТПО и стратификации в океане вдоль траекторий циклонов. Соискателем были разработаны алгоритмы обработки данных, расчёта аномалий ТПО, вызванных прохождением ТЦ, и выполнены оценки толщины ЛС в их следах. Соискателем выполнялись все численные эксперименты и расчёты динамической и термической реакции океана на прохождение циклонов. Лично диссертантом выполнялась оценка констант модели ЛС и обобщённой трёхмерной модели реакции океана на прохождение ТЦ и проводилась валидация этих моделей. Анализ полученных результатов и их интерпретация проводились соискателем совместно с научным руководителем.

Публикации по теме диссертации. По теме диссертации опубликовано в соавторстве 12 работ, 4 из которых [1—4] изданы в журналах,

рекомендованных ВАК. В их числе 4 работы [1—4] в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus, и 8 работ в тезисах докладов.

Благодарности. Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю, д. ф.-м. н. В.Н. Кудрявцеву за приобретённый научный опыт, всестороннюю поддержку и внимательное руководство диссертационным исследованием. Автор глубоко признателен коллегам по лаборатории прикладной физики моря за многочисленные полезные дискуссии, ценные советы и общую доброжелательную атмосферу. Автор благодарит д. ф.-м. н. М.В. Шокурова за внимательное изучение содержания настоящей работы, рекомендации и время, проведённое в обсуждении тем диссертационного исследования и общезначимого характера. Автор также ценит помощь к. ф.-м. н. Д.В. Алексеева в подготовке диссертации и благодарит его за кропотливую редакционную работу.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 4 разделов, заключения, списка сокращений и условных обозначений и 3 приложений. Полный объём диссертации составляет 182 страницы, включая 54 рисунка и 1 таблицу. Список литературы содержит 168 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обосновывается актуальность диссертационного исследования, приводится обзор научной литературы, формулируется цель, ставятся задачи работы. Перечисляются научная новизна, практическая значимость работы, методы исследования и положения, выносимые на защиту. Указывается связь с научными программами, приводятся сведения о степени достоверности и апробации результатов исследования, личный вклад автора и список публикаций по теме диссертации.

Раздел 1 посвящён исследованию реакции уровня океана на прохождение ТЦ с помощью модели, представляющей движения в виде суперпозиции бароклинных и баротропной мод. В *подразделе 1.1* формулируется постановка задачи и основные приближения рассматриваемой системы уравнений и граничных условий. Вынуждающей силой являются касательные напряжения ветра на поверхности океана. В модели рассматривается стационарная реакция океана в движущейся с ТЦ системе координат, в которой производные по времени заменяются на производные по пространству ($\partial/\partial t = V\partial/\partial x$), и все поля становятся функциями трёх декартовых координат: x , y и z . Задача решается методом разложения на нормальные моды (Гилл, 1986), согласно которому поле, например, вертикальной скорости имеет вид

$$w(x, y, z) = \sum_n \tilde{w}_n(x, y) \hat{h}_n(z), \quad (1)$$

где $\hat{h}_n$ — безразмерная собственная функция, $\tilde{w}_n$ — размерный коэффициент.

Подстановка решений с разделяющимися переменными в систему исходных уравнений приводит к двум задачам. Первой является краевая задача для собственных функций вертикальной скорости, которая основана на уравнении Штурма-Лиувилля

$$\frac{d^2 \hat{h}_n}{dz^2} + \frac{N^2(z)}{c_n^2} \hat{h}_n = 0, \quad (2)$$

где $N(z)$ — вертикальный профиль частоты плавучести; c_n — постоянная разделения переменных, имеющая смысл фазовой скорости длинных волн для баротропной или бароклинной мод.

Уравнение (2) для баротропной моды решается в приближении однородного океана ($N(z) = 0$). Уравнение для собственных функций бароклиных мод решается аналитически в приближении твёрдой крышки и трёхслойного океана с постоянными частотами плавучести в сезонном, главном пикноклинах и абиссали (где $N(z) = 0$). Дополнительно полагается малость толщины ПС по сравнению с вертикальным масштабом собственных функций в сезонном пикноклине, благодаря которому толщина ПС выпадет из задачи.

Второй является задача для размерных коэффициентов в уравнении (1), основанная на дифференциальном уравнении в частных производных переменного типа

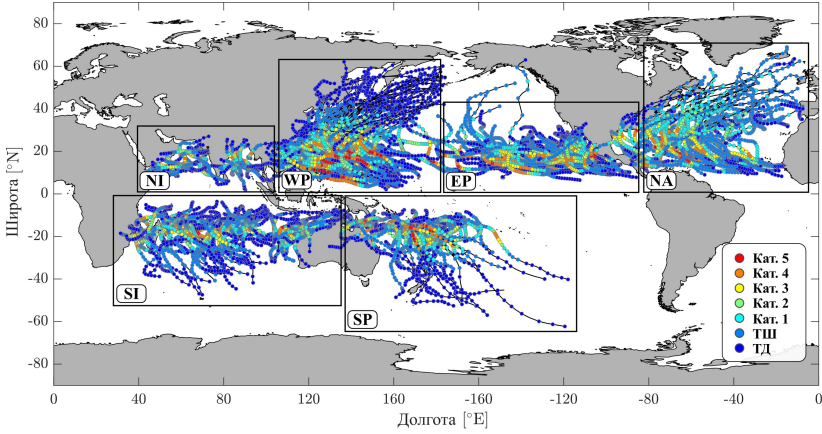
$$\left[\left(\frac{V^2}{c_n^2} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \alpha_n^2 \right] \tilde{w}_n = -\frac{f}{c_n^2} \nabla \times \boldsymbol{\tau}, \quad (3)$$

где V — скорость перемещения ТЦ; $\boldsymbol{\tau}$ — касательные напряжения ветра (в кинематических единицах); c_n — фазовая скорость длинных волн для n -й моды; $\alpha_n = f/c_n$ — обратный радиус деформации для n -й моды; f — параметр Кориолиса.

Для баротропной моды в глубоком океане (3) является уравнением эллиптического типа, т.к. фазовая скорость длинных волн значительно превышает скорость перемещения ТЦ ($V \ll c_0 = \sqrt{gH}$). В случае бароклиных мод (3) может быть как эллиптического, так и гиперболического типа в зависимости от соотношения между V и c_n .

Подраздел 1.2 содержит описание данных о ТЦ и состоянии океана, необходимых для моделирования реакции океана на прохождение ураганов. Были отобраны 417 ТЦ, существовавших в разных районах Мирового океана с 2010 по 2020 гг. (рис. 1). Данные о ТЦ, взятые из архива IBTrACS, имеют вид временных рядов трёхчасовой дискретности для координат, интенсивности, размера ТЦ и скорости их перемещения. Данные о профилях температуры и солёности взяты из продукта ISAS20, построенного

на измерениях дрейфующих буёв Argo. В подразделе описывается метод построения поля ветра и ветровых напряжений в ТЦ, а также метод определения радиуса максимальной скорости ветра по данным IBTrACS.



Цвет кружков обозначает интенсивность циклонов по шкале Саффира-Симпсона (см. легенду, в которой Кат. — категория, ТШ — тропический шторм, ТД — тропическая депрессия, к которой мы также относим ТЦ с более низкой интенсивностью). Прямоугольниками выделены районы зарождения ТЦ

Рис. 1 — Траектории 417 ТЦ, отобранных для анализа реакции океана

В подразделе 1.3 приводятся результаты моделирования аномалий высоты поверхности океана (ВПО), создаваемых ТЦ. В результате прохождения циклона на поверхности океана возникает характерное возмущение, имеющее вид впадины. Эта впадина хорошо проявляется в данных спутниковой альтиметрии, и её глубина подчиняется следующему закону

$$\frac{\eta g}{U_m^2} = c_s \frac{N_1 R_m}{V}, \quad (4)$$

где g — ускорение свободного падения; η — аномалия ВПО; U_m — максимальная скорость ветра в ТЦ; N_1 — частота плавучести в сезонном пикноклине; R_m — радиус максимальной скорости ветра в ТЦ; V — скорость перемещения ТЦ; c_s — эмпирическая константа, чьи значения известны из работ (Kudryavtsev et al., 2019b; Combot et al., 2024; Zhang et al., 2024). Моделирование аномалий ВПО выполняется с целью определения минимального набора бароклинных мод, формирующих аномалий ВПО, и оценки коэффициента сопротивления морской поверхности, позволяющего воспроизвести закон (4).

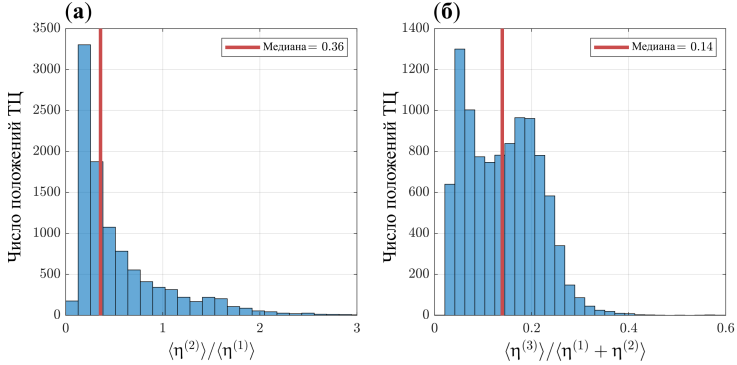


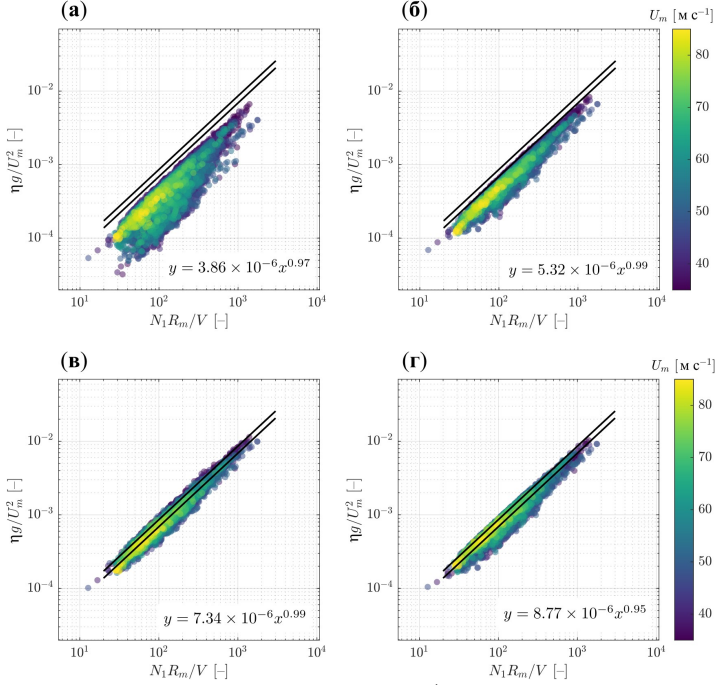
Рис. 2 — Гистограмма отношения аномалии ВПО, созданной второй бароклининой модой, к аномалии ВПО, созданной первой модой (а); гистограмма отношения аномалии ВПО, созданной третьей бароклининой модой, к аномалии, рассчитанной по сумме первых двух мод (б)

Модельные аномалии ВПО рассчитаются на основе динамического граничного условия на поверхности океана и рассчитанных полей вертикальной скорости, связанной с разными модами.

Как показывают расчёты, первая бароклининая мода, как правило, играет определяющую роль в формировании аномалий ВПО. Роль второй моды может быть существенна, и в половине случаев её аномалия ВПО составляет больше 36 % от аномалии первой моды. Доля суммарной аномалии ВПО, которая приходится на третью моду практически не превышает 30 % и в половине случаев меньше 14 %. Относительный вклад разных бароклининых мод показан на рис. 2.

На рис. 3, а представлены результаты моделирования аномалий ВПО в безразмерных переменных, соответствующих зависимости (4). При учёте только первой бароклининой моды степенной характер закона (4) воспроизводится моделью, однако она значительно недооценивает уровень аномалий ВПО, который даётся выражением (4). Если учесть вторую бароклининую моду, то степенная зависимость становится более явной, а уровень аномалии ВПО значительно приподнимается (рис. 3, б), но всё ещё не достигает уровня параметризаций наблюдений. Если рассмотреть суперпозицию трёх бароклининых мод и баротропной моды, аномалии ВПО заметно усиливаются до уровня параметризации (рис. 3, в).

Однако, присутствие баротропной составляющей в альтиметрических измерениях представляется маловероятным из-за малого времени жизни баротропного возмущения (примерно одни сутки). При исключении вклада баротропной моды согласия между результатами моделирования и зависимостью (4) удаётся достичь, если воспользоваться параметризацией коэффициента сопротивления из работы (Soloviev et al., 2024) для



Чёрными линиями показаны параметризации (Kudryavtsev et al., 2019a; Combrot et al., 2024) (нижняя линия) и параметризация (Zhang et al., 2024) (верхняя линия)

Рис. 3 — Средняя аномалия ВПО, нормированная на масштаб U_m^2/g , как функция параметра $N_1 R_m/V$ в случае, когда смещение поверхности рассчитывается по первой бароклинной моде (а), суперпозиции первых двух бароклинных мод (б), суперпозиции первых трёх бароклинных мод и баротропной моды (в) и суперпозиции первых трёх бароклинных мод при использовании закона сопротивления из (Soloviev et al., 2014) (г)

расчёта ветровых напряжений. В этом случае уровень аномалий ВПО, наблюдаемых по альтиметрическим измерениям, можно воспроизвести как с помощью трёх, так и двух бароклинных мод (рис. 3, г).

В Разделе 2 проводится моделирование поверхностных течений, создаваемых ТЦ, с целью анализа вклада этих течений в доплеровскую скорость (DV) морской поверхности и интерпретации данных спутниковых РСА. На основе идеализированных численных экспериментов вклад поверхностных течений, имеющих вид суммы бароклинных и дрейфовых составляющих, в DV поверхности был сопоставлен с вкладом ветровых волн и зыби. В окрестности глаза ТЦ формируется диполь DV, который обусловлен как течениями, так и присутствием ветровых волн. В следе ТЦ

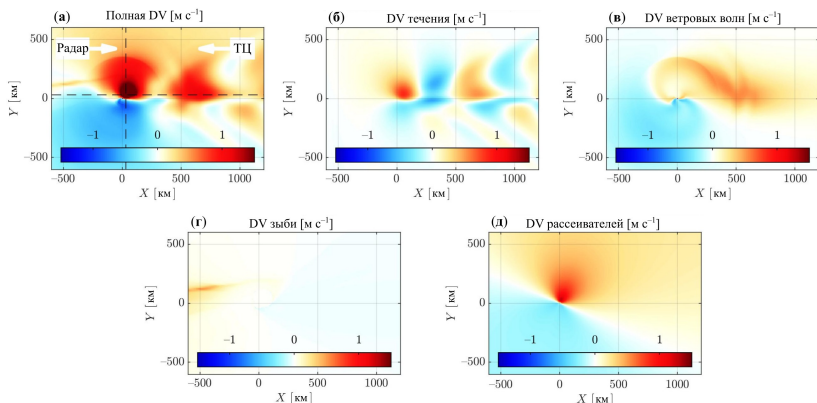


Рис. 4 — Результат моделирования полной DV ($\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$) поверхности океана под ТЦ (а), DV поверхностного течения (б), DV ветровых волн (в), DV зыби (г) и DV рассеивателей радиоволн (брегговые волны и барашки) (д)

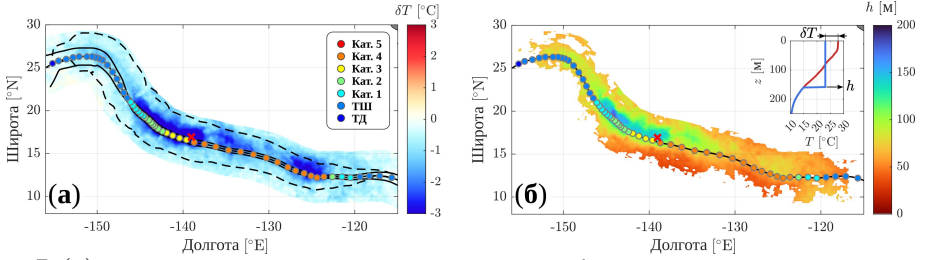
поле DV имеет вид чередующихся ячеек, которые связаны с инерционными колебаниями в океане (рис. 4). Также было проведено моделирование скоростей поверхностных течений для получения доплеровских сигнатур реальных ТЦ, измеряемых спутниковым PCA Sentinel-1A. Было показано, что физическая модель доплеровской скорости ТС-DOP воспроизводит данные PCA не хуже, а в некоторых случаях лучше, чем статистическая модель CDOP.

Раздел 3 содержит описание данных спутниковых наблюдений термической реакции океана, методов их обработки и анализ зависимости полученных оценок аномалий ТПО от параметров ТЦ и стратификации океана.

В *подразделе 3.1* вводится представление о термической реакции в виде трёхмерной трансформации поля температуры под влиянием бароклинных мод, возбуждаемых ТЦ, на фоне которой происходит развитие турбулентного ПС. В том же подразделе даётся математическое описание эволюции полей температуры под влиянием двух данных процессов и рассматриваются интегральные модели ПС и способы турбулентного замыкания путём получения уравнения для толщины ПС. Там же указывается на уникальную возможность исследования толщины ПС с помощью данных об аномалиях ТПО в следах ТЦ.

Метод оценивания аномалий ТПО, толщины ПС, формируемых под воздействием ТЦ, а также дополнительные методы обработки анализируемых данных описываются *подразделе 3.2*. На рис. 5 показаны примеры полей аномалии ТПО и толщины ПС, сформированных под воздействием ТЦ. В *подразделе 3.3* проводится предварительный анализ полученных

оценок аномалий ТПО и толщин ПС в следах двух ТЦ, а также анализ средних зависимостей аномалий ТПО от параметров ТЦ и океана, которые обычно рассматриваются в литературе.



В (а) чёрные сплошная и штриховая линии отображают величину радиуса максимальной скорости ветра и радиуса скорости ветра 34 уз, соответственно.

В (б) вставка иллюстрирует получение оценки толщины ПС по известной аномалии ТПО и профилю температуры в точке, отмеченной красным крестиком

Рис. 5 — Двумерные поля аномалии ТПО (а) и толщины ПС (б), связанных с прохождением ТЦ Jimena

Раздел 4 посвящён моделированию термической реакции океана.

В *подразделе 4.1* предлагается модель толщины ПС, основанная на гипотезе замыкания (Pollard et al., 1973), согласно которой глобальное число Ричардсона в процессе турбулентного вовлечения имеет постоянное критическое значение. В подразделе обсуждается влияние апвеллинга на перепад плавучести и влияние радиационного трения на перепад скорости на нижней границе ПС, которое связано с излучением внутренних волн из ПС вглубь океана. В рамках теории подобия выражение для максимальной толщины ПС при прохождении ТЦ имеет вид

$$\frac{h(fN_{\text{eff}})^{1/2}}{U_m} = c_h \Phi^{1/2} \left(\frac{V}{fR_m}, \frac{\bar{N}R_m}{V} \right) [1 + c_\delta \Delta]. \quad (5)$$

где $c_h = (2\text{Ri}_{\text{cr}})^{1/4}[(\rho_a/\rho_w)C_d]^{1/2}$, $N_{\text{eff}} = (2\Delta b/h)^{1/2}$ (Δb есть перепад плавучести), $\bar{N}$ — средневзвешенная частота плавучести в океане, Δ — максимальное относительное смещение изопикн в сезонном пикноклине, вызванное апвеллингом, Ri_{cr} — критическое глобальное число Ричардсона, C_d — коэффициент сопротивления морской поверхности, ρ_a/ρ_w — отношение плотности воздуха к плотности морской воды, c_δ — эмпирическая константа и Φ — универсальная функция.

Функция Φ определяется на основе численного решения уравнения для потока массы в ПС, записанного в автомодельных переменных

$$\frac{\partial \widehat{M}}{\partial \widehat{x}} + (i\widehat{V}^{-1} + \widehat{D})\widehat{M} = \widehat{V}^{-1}\widehat{\tau}, \quad (6)$$

где $\widehat{M} = (M_x + iM_y)f/u_*^2$, $\widehat{\tau} = (\tau_x + i\tau_y)/u_*^2$, $\widehat{x} = x/R_m$, $\widehat{y} = y/R_m$ u_* — скорость трения, вычисленная по максимальной скорости ветра в ТЦ, $\widehat{V} = V/(fR_m)$ — безразмерная скорость движения ТЦ, $\widehat{D} = \epsilon \bar{N} R_m / V$ — безразмерная скорость радиационного затухания потока массы, ϵ — эмпирический коэффициент, и имеет вид

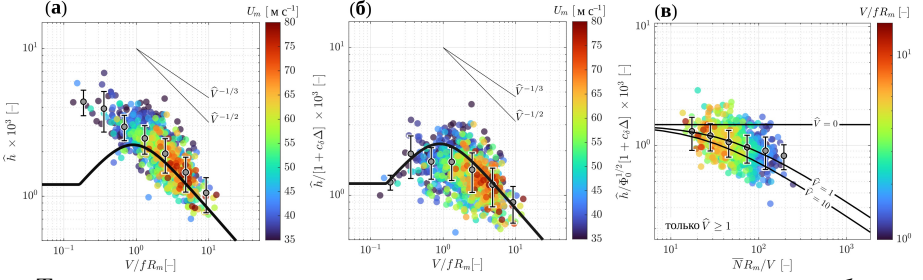
$$\Phi(\widehat{V}, \widehat{D}) = \frac{\Phi_0(\widehat{V})}{1 + c\phi(\widehat{V})\widehat{D}}, \quad (7)$$

где Φ_0, ϕ — безразмерные функции, описывающие поведение максимально-го модуля потока массы в отсутствие радиационного трения, $c = 4,5$.

В *подразделе 4.2* представлена проверка закона (5) на основе экспериментальных данных о толщине ПС, стратификации в океане и параметрах ураганов. Автономность безразмерной толщины по безразмерной скорости перемещения для быстрых ТЦ экспериментально подтверждается (рис. 6, а). Однако, при стремлении $V/(fR_m)$ к нулю, поток массы, а значит, и толщина ПС должны достигать некоторого предельного значения — поведение, которое не наблюдается по данным измерений. Показано, что возрастание безразмерной толщины с уменьшением безразмерной скорости ТЦ связано с влиянием апвеллинга, учёт которого даёт ожидаемое поведение оценок толщины ПС (рис. 6, б). После исключения зависимости толщины ПС от безразмерной скорости ТЦ была получена экспериментальная оценка зависимости толщины ПС от безразмерной скорости радиационного трения (рис. 6, в). На основании данных наблюдений получены оценки критического числа Ричардсона $Ri_{cr} = 0,85$ и параметра, контролирующего скорость радиационного трения $\epsilon = 7,6 \cdot 10^{-3}$. Предложена универсальная формула для максимальной толщины ПС, которая позволяет рассчитать максимальное охлаждение поверхности океана, вызванное прохождением ТЦ.

В *подразделе 4.3* модель ПС применена для расчёта аномалий ТПО, вызванных прохождением ТЦ. Результаты расчётов и их сравнения с оценками, полученными с помощью моделей и параметризаций, взятых из других работ, показали, что аномалий ТПО, полученные с помощью предложенной модели, хорошо согласуются с данными наблюдений и по некоторым статистическим параметрам превосходят оценки охлаждения поверхности, полученные с помощью других моделей.

В *подразделе 4.4* настроенная модель бароклинного отклика (*подраздел 1.1*) объединяется с построенной моделью ПС (*подраздел 4.1*) в трёхмерной модели динамической и термической реакции океана (рис. 7). Динамика нормальных мод слабо зависит от развития ПС, поэтому их можно рассчитать по фоновой стратификации. Динамика и температура ПС, напротив, существенно зависят от бароклиновых движений, т.к. развитие ПС происходит на фоне возмущения полей температуры и плотности бароклиновыми модами.



Тонкие черные линии показывают степенные законы, следующие из работ других авторов. Толстая чёрная линия в (а) и (б) — квадратный корень из функции (7) при $\hat{D} = 0$

Рис. 6 — Безразмерная толщина ЛС $\hat{h} = h(fN_{\text{эф}})^{1/2}/U_m$ в зависимости от безразмерной скорости перемещения $V/(fR_m)$ (а); зависимость $\hat{h}$ от безразмерной скорости перемещения ТЦ (б); остаточная зависимость $\hat{h}$ от безразмерной скорости радиационного трения после исключения влияния апвеллинга и параметра $V/(fR_m)$ с помощью (7) при $\hat{D} = 0$ (в)

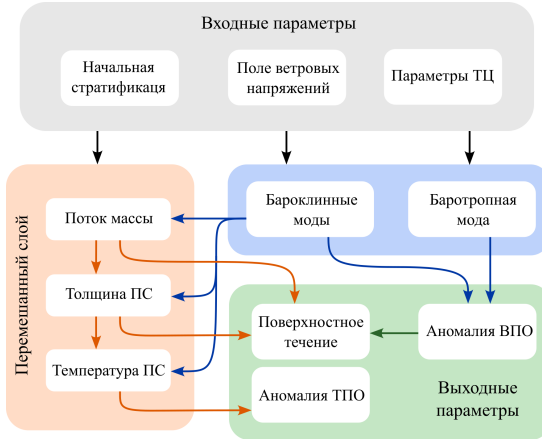
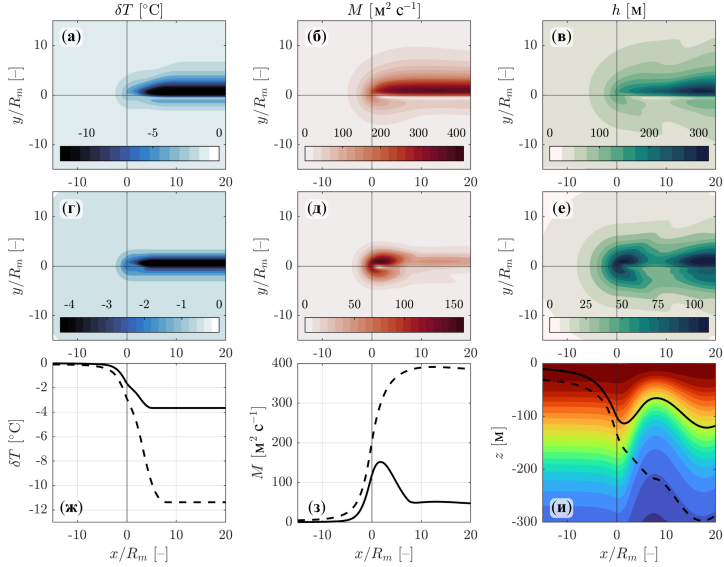


Рис. 7 — Схема трёхмерной модели реакции океана на прохождение ТЦ

В том же подразделе приводится описание схемы численного решения уравнения для потока массы в ЛС, в котором учитывается влияние бароклинных возмущений на скорость радиационного трения, и схема включения (при $Ri = Ri_{\text{cr}}$) и выключения (при $Ri > Ri_{\text{cr}}$) этого трения. Показано, что трёхмерная модель реакции океана значительно переоценивает аномалии ТПО, если не учитывать механизм радиационного трения (рис. 8).



Сплошные и штриховые линии в **(ж, з, и)** показывают значения полей при учёте и без учёта радиационного трения, соответственно. На рисунке **(и)** дополнительно отображено возмущённое апвеллингом фоновое распределение температуры на линии $y/R_m = 1,15$, в котором температура поверхности равна $28,7^\circ\text{C}$, и изотермы проведены с шагом 1°C

Рис. 8 — Поля аномалии ТПО ($^\circ\text{C}$), потока массы ($\text{m}^2 \cdot \text{c}^{-1}$) и толщины

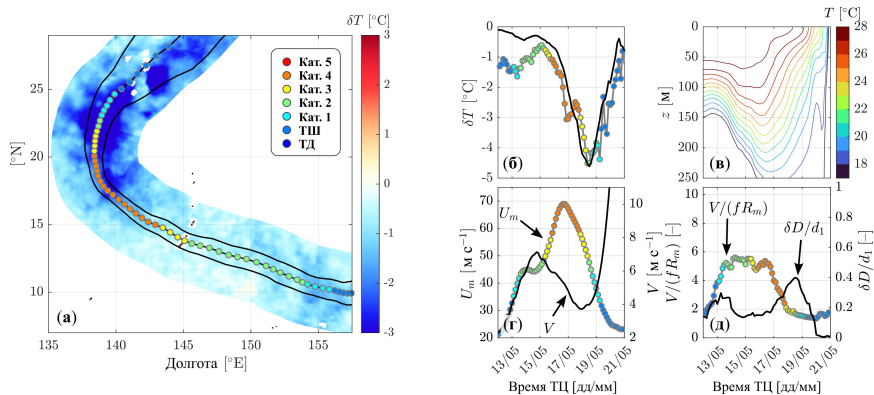
ПС (м), полученные без учёта влияния **(а, б, в)** и с учётом влияния радиационного трения **(г, д, е)**; сечения полей вдоль линии $y/R_m = 1,15$ **(ж, з, и)**

Сопоставление модельных аномалий ТПО с аномалиями, наблюдаемыми спутниковыми радиометрами в следах ТЦ, позволило определить значения двух эмпирических констант модели: критическое число Ричардсона $\text{Ri}_{\text{cr}} = 1$, коэффициент в формуле для скорости радиационного трения $\epsilon = 2,5 \cdot 10^{-3}$.

Представляются результаты ситуационного моделирования термической реакции океана с помощью предложенной трёхмерной модели, для проведения которого предполагается, что параметры ураганов и океана меняются достаточно медленно, так что реакция океана определяется локальными параметрами ТЦ и профилями температуры и солёности.

Приводится интерпретация термической реакции океана на прохождение четырёх ТЦ. На рис. 9 показан пример моделирования аномалий ТПО для ТЦ Dolphin. Охлаждение поверхности от 15/05 до 17/05 (рис. 9, б) связано с ростом U_m (рис. 9, г), который привёл к увеличению поток массы в ПС (апвеллинг был слаб и практически не менялся,

рис. 9, д). Дальнейшее усиление аномалии ТПО (после 17/05) происходило на фоне ослабления ТЦ и небольшого усиления радиационного трения. Это охлаждение, во-первых, можно объяснить падением безразмерной скорости перемещения ТЦ и усилением апвеллинга (рис. 9, д). Уменьшение $V/(fR_m)$ почти в пять раз произошло вследствие замедления циклона (рис. 9, г), увеличения его размера и параметра Кориолиса (рис. 9, а). Во-вторых, охлаждению поверхности на $4,5^\circ\text{C}$ явно способствовало исчезновение толстого изотермического слоя у поверхности океана (рис. 9, в).



Чёрные линии по обе стороны траекторий ТЦ показывают расстояния от траектории, равное удвоенному радиусу максимальной скорости ветра. Чёрная линия в (б) — аномалия ТПО, полученная с помощью упрощённой трёхмерной модели с оптимально подобранными параметрами

Рис. 9 — Поле аномалии ТПО, вызванной прохождением ТЦ Dolphin (а); временные ряды минимальной аномалии ТПО на перпендикулярах к траектории циклона (б), температуры в океане под ТЦ (в), максимальной скорости ветра и скорости перемещения ТЦ (г), безразмерной скорости перемещения ТЦ и параметра интенсивности апвеллинга

В **Заключении** приводятся основные результаты диссертационной работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

Диссертационная работа посвящена исследованию реакции океана на прохождение тропических циклонов с помощью анализа данных наблюдений и математического моделирования. Основные результаты работы состоят в следующем:

1) Сформирована база данных, включающая информацию о параметрах 417 ТЦ, существовавших в северной и южной Атлантике, северной и

южной частях Индийского океана, а также в западной и восточной частях Тихого океана в период с 2010 по 2020 гг. База данных также включает информацию о спутниковых измерениях ТПО и стратификации океана вдоль траекторий указанных ТЦ.

2) Модель бароклинной реакции океана на прохождение ТЦ была применена для моделирования аномалий ВПО, измеряемых спутниковыми альтиметрами в следах циклонов. По результатам моделирования аномалий ВПО получено, что для воспроизведения аномалий уровня моря необходимо рассматривать как минимум две бароклинные моды и коэффициент сопротивления морской поверхности, находящийся в пределах от $2,0 \cdot 10^{-3}$ до $2,5 \cdot 10^{-3}$ при скоростях ветра, характерных для тропических циклонов.

3) В результате применения настроенной модели бароклинной реакции океана совместно с моделью дрейфовых течений для интерпретации доплеровской скорости поверхности, измеряемой спутниковыми РСА, было установлено, что в окрестности глаза ТЦ возникает диполь доплеровской скорости, который в равной степени формируется как поверхностными течениями, так и волнами, создаваемыми ТЦ. В следе циклона поле доплеровской скорости полностью определяется поверхностными течениями, имеющими характер инерционных колебаний.

4) На основе спутниковых измерений ТПО выполнены оценки аномалий ТПО и проведено восстановление толщины ПС в следах ТЦ, существовавших в разных районах Мирового океана. Получены общие зависимости аномалий ТПО от характеристик ТЦ и стратификации океана, согласующиеся с результатами работ других авторов.

5) Построена и верифицирована модель толщины ПС, формируемого под воздействием ТЦ, которая устанавливает зависимость толщины от параметров циклонов и стратификации в океане в автомоделных переменных. Согласно модели толщина ПС, нормированная на максимальную скорость ветра в циклоне, параметр Кориолиса и частоту плавучести в соответствующих степенях, является функцией безразмерной скорости перемещения ТЦ, скорости радиационного затухания дрейфовых течений в ПС, вызванного излучением коротких внутренних волн из ПС вглубь океана, и параметра интенсивности апвеллинга. Предложенная модель толщины ПС была применена для расчета охлаждения поверхности океана, возникающего при прохождении циклона. Рассчитанные аномалии хорошо согласуются с аномалиями ТПО, полученными по данным спутниковых радиометров, в следах циклонов, наблюдавшихся в Мировом океане в период с 2010 по 2020 гг. По коэффициенту корреляции и индексу рассеяния качество аномалий ТПО, полученных по построенной модели толщины ПС, сопоставимо, а по нормированному смещению и стандартному отклонению превосходит качество аномалий температуры, полученных с помощью моделей и параметризаций, предложенных другими авторами.

6) С помощью трёхмерной модели динамической и термической реакции океана на прохождение ТЦ, объединяющей настроенную модель бароклинного отклика океана и построенную модель толщины верхнего ПС, проведено моделирование полей аномалии ТПО, вызванной прохождением четырёх ТЦ, которое позволило детально проанализировать вклад различных механизмов в наблюдаемое охлаждение поверхности океана. Интенсивность охлаждения, предсказанная моделью, хорошо согласуется с наблюдениями, в то время как геометрические характеристики термического следа воспроизводятся на удовлетворительном уровне.

ОПУБЛИКОВАННЫЕ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ РАБОТЫ

1. Field Observations of Breaking of Dominant Surface Waves / **P.D. Pivaev**, V.N. Kudryavtsev, A.E. Korinenko, V.V. Malinovsky // Remote Sensing. — 2021. — Vol. 13, № 16. — P. 3321. — DOI: 10.3390/rs13163321.

2. Tropical cyclone signatures in SAR ocean radial Doppler Velocity / Y.Y. Yurovsky, V.N. Kudryavtsev, M.V. Yurovskaya, **P.D. Pivaev**, S.A. Grodsky // Remote Sensing of Environment. — 2024. — Vol. 311. — P. 114251. — DOI: 10.1016/j.rse.2024.114251.

3. Kudryavtsev V.N. Mixed layer depth parameterization and ocean surface cooling induced by tropical cyclones / V.N. Kudryavtsev, **P.D. Pivaev** // Ocean Modelling. — 2025. — Vol. 195. — P. 102514. — DOI: 10.1016/j.ocemod.2025.102514.

4. **Pivaev P.D.** On Tropical Cyclone Footprints in Sea Surface / **P.D. Pivaev**, V.N. Kudryavtsev // Physical Oceanography. — 2025. — Vol. 32, № 3. — P. 408-426.

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Пиваева Павла Дмитриевича

Подписано в печать 20.11.2025. Заказ № 162139
Формат бумаги 60×84 1/16. Объем 0,9 п.л. Тираж 100 экз.
Типография «Printex»,
299011, г. Севастополь, ул. Кулакова, 59
Тел.: +7(978)111-09-14, zakaz@printex24.ru